

Zastosowanie metod numerycznych w wybranych problemach nauki i techniki

prof. dr hab. Teresa Regińska
Instytut Matematyczny PAN

Omówione będą sposoby numerycznego rozwiązywania zadań, których rozwiązania są bardzo wrażliwe na błędy danych, w szczególności zadań, które dla lekko zaburzonych danych mogą nie mieć rozwiązań.

Wykład oparty będzie na kilku prostych modelach matematycznych opisujących pewne zagadnienia odwrotne związane między innymi z przewodnictwem ciepła, rozpraszaniem fal elektromagnetycznych lub akustycznych itp. Będzie pokazane, jak należy stosować algorytmy numeryczne do przybliżonego rozwiązywania równań występujących w tych modelach, aby wyniki obliczeń opartych na przybliżonych danych pomiarowych były akceptowalnym przybliżeniem rekonstruowanych rozwiązań. Wykład ma na celu uczulić słuchaczy na błędne wyniki, do których może doprowadzić bezkrytyczne stosowanie znanych, podręcznikowych metod numerycznych i nauczyć, na co należy zwracać uwagę przy wyborze sposobu obliczeń.

Analizowane będą podstawowe zadania, które pojawiają się w wyniku analizy rozważanych modeli fizycznych. Są to: równania algebraiczne z macierzami osobliwymi, różniczkowanie funkcji przybliżonych, równania z operatorem mnożenia czy też równania całkowe pierwszego rodzaju.

Wymagania wstępne: analiza matematyczna, podstawy równań różniczkowych, podstawy metod numerycznych, wszystko to w zakresie programu studiów politechnicznych.

Program wykładu:

1. Wprowadzenie. Matematyka obliczeń naukowych; zadania numeryczne; algorytmy numeryczne; błędy obliczeń, numeryczna stabilność algorytmu, uwarunkowanie zadania
2. Problemy dobrze i źle postawione, zagadnienia odwrotne
3. Rozwiązywanie układów równań algebraicznych. Przypadek macierzy prostokątnych lub osobliwych; wskaźnik uwarunkowania; rozwiązania uogólnione
4. Stabilne metody numerycznego różniczkowania
 - a. Zregularyzowana metoda różnicowa
 - b. Metoda wygładzania
 - c. Minimalizacja funkcjonału regularyzacyjnego
5. Metody regularyzacji dla równań z operatorem nieowracalnym
 - a. Ogólna idea
 - b. Metoda Tichonowa dla równań całkowych
 - c. Metoda Tichonowa dla zadań źle postawionych z operatorem mnożenia

Wykład współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



6. Proste modele źle postawionych problemów fizyki matematycznej
 - a. Problem przewodnictwa ciepła i związane z nim zadania odwrotne (np. wyznaczenie temperatury w chwili początkowej z danych pomiarowych w chwili T)
 - b. Problem odwrotny dla wiązki laserowej
 - c. Problem rozpraszania i odwrotny problem rozpraszania polegający np. na rekonstrukcji kształtu obiektu rozpraszającego
7. Rozwiązywanie numeryczne omawianych zadań źle postawionych. Dyskretyzacja a regularyzacja.

Lektura uzupełniająca:

[1] H. W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer, Regularization of Inverse Problems, 1996

[2] D. Kincaid, W. Cheney, Analiza Numeryczna, WNT 2006

[3] Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wasowski, Metody Numeryczne, WNT 2005

Wykład współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

