

# Przedmiot: **Zastosowanie metod numerycznych w wybranych problemach nauki i techniki**

Prowadząca: **doc. dr hab. Teresa Regińska, Instytut Matematyczny PAN**

Wykład oparty będzie na kilku prostych modelach matematycznych opisujących pewne zagadnienia odwrotne związane między innymi z przewodnictwem ciepła, rozpraszaniem fal elektromagnetycznych lub akustycznych, grawitacją. Będzie pokazane, jak należy stosować algorytmy numeryczne do przybliżonego rozwiązywania równań występujących w tych modelach, aby wyniki obliczeń opartych na przybliżonych danych pomiarowych były akceptowalnym przybliżeniem rekonstruowanych rozwiązań. Wykład ma na celu uczulić słuchaczy na błędne wyniki, do których może doprowadzić bezkrytyczne stosowanie znanych, podręcznikowych metod numerycznych i pokazać, na co należy zwracać uwagę przy wyborze sposobu obliczeń.

Wymagania wstępne: analiza matematyczna, podstawy równań różniczkowych cząstkowych, podstawy metod numerycznych, wszystko to w zakresie programu studiów politechnicznych.

## **Program wykładu:**

1. Wprowadzenie. Matematyka obliczeń naukowych; zadania numeryczne; algorytmy numeryczne; błędy obliczeń, numeryczna stabilność algorytmu, uwarunkowanie zadania
2. Rozwiązywanie układów równań algebraicznych. Przypadek macierzy prostokątnych lub osobliwych; wskaźnik uwarunkowania; rozwiązania uogólnione
3. Numeryczne różniczkowanie. Przykłady praktycznych problemów, w których musimy różniczkować funkcję daną w sposób przybliżony; stabilne metody różniczkowania
  - a. Zregularyzowana metoda różnicowa
  - b. Wygładzanie za pomocą splotu
  - c. Minimalizacja funkcjonału regularizacyjnegoRóżne sformułowania stabilnego numerycznego różniczkowania
4. Problemy dobrze i źle postawione w sensie Hadamarda. Jak rozwiązywać zadania źle postawione? – uwagi ogólne; co rozumiemy przez stabilne rozwiązanie? Metody regularyzacji zastępujące zadanie źle postawione rodziną zadań dobrze postawionych
5. Proste przykłady zadań źle postawionych. Dobrze postawiony problem fizyki matematycznej i problem odwrotny, zwykle źle postawiony
  - a. Problem przewodnictwa ciepła i związane z nim zadania odwrotne (np. wyznaczenie temperatury w chwili początkowej z danych pomiarowych w chwili  $T$ )
  - b. Problem grawitacji i problemy do niego odwrotne
  - c. Problem rozpraszania i odwrotny problem rozpraszania polegający np. na rekonstrukcji kształtu obiektu rozpraszającegoOmawiane modele mają zastosowanie również w różnych innych aplikacjach
6. Rozwiązywanie numeryczne omawianych zadań źle postawionych. Dwa podejścia:
  - a. dyskretyzacja a następnie regularyzacja zadania dyskretnego
  - b. regularyzacja zadania a następnie rozwiązywanie zadań dobrze postawionych przy użyciu klasycznych metod numerycznych

Lektura uzupełniająca:

- [1] H. W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer, Regularization of Inverse Problems, 1996
- [2] D. Kincaid, W. Cheney, Analiza Numeryczna, WNT 2006
- [3] Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wasowski, Metody Numeryczne, WNT 2005