

DECYZJE W WARUNKACH RYZYKA: kryteria wyboru i możliwości optymalizacji

Projekt wykładu specjalnego
przeznaczonego dla studentów
studiów doktoranckich i magisterskich

Wprowadzenie

Wartość oczekiwana nie rozwiązuje problemu wyboru w warunkach ryzyka. W większości problemów decyzyjnych wybór najlepszego rozkładu wyników nie może być ograniczony do wyboru najlepszej wartości średniej. Na przykład, nie można zaakceptować: projektowania sieci telekomunikacyjnej, elektrycznej jedynie na podstawie średnich wielkości przepływów; projektowania zapory wodnej lub sterowania zbiornikiem retencyjnym jedynie na podstawie średnich wartości opadów (dopływów), itp.

Teoria decyzji w warunkach ryzyka przeszła burzliwy rozwój na początku drugiej połowy dwudziestego wieku. W wyniku tego została rozwinięta teoria oczekiwanej użyteczności jak również model Markowitza. Ostatnio następuje znaczny wzrost zainteresowania i szybki rozwój metodologii wspomagania decyzji w warunkach niepewności i ryzyka. Znajduje to również odbicie w licznych działaniach organizacyjnych odnośnie badań i dydaktyki. W Polsce, dodatkowym czynnikiem jest rozwijający się rynek finansowy, co powoduje większe zainteresowanie młodych badaczy zagadnieniami wspomagania decyzji w warunkach ryzyka.

Kluczowe znaczenie modelu Markowitza polega na zastąpieniu oryginalnego zagadnienia wyboru w warunkach ryzyka jego deterministycznym odpowiednikiem opisującym niepewne wyniki za pomocą wartości oczekiwanej i pewnej skalarnej miary ryzyka (wariancji w modelu klasycznym). Istnieje szereg różnych miar ryzyka o bardzo różnych właściwościach. Klasyczny model Markowitza jest często krytykowany jako niezgodny z aksjomatami wyboru w warunkach ryzyka. Aksjomatyczne modele wyboru w warunkach ryzyka prowadzą do porządku częściowego określonego przez relacje dominacji stochastycznej. Relacje dominacji stochastycznej pozwalają porównywać niepewne zyski (zmienné losowe) na podstawie przebiegu odpowiednich skumulowanych funkcji rozkładów. W ostatnim okresie została zapoczątkowana formalizacja matematycznych wymagań odnośnie miar ryzyka. Pojawia się wiele nowych wyników dotyczących zgodności miar ryzyka z aksjomatami wyboru w warunkach ryzyka.

Wśród miar ryzyka szczególne miejsce zajmują miary kwantylowe. Optymalizacja tych miar nie może być bezpośrednio interpretowana w terminach teorii użyteczności oczekiwanej i jest trudna obliczeniowo (niejednoznaczność kwantyli). Z drugiej strony cieszą się one

dużą popularnością wśród analityków finansowych. Z kolei w zastosowaniach technicznych miary kwantylowe umożliwiają modelowanie uwzględniające specjalne traktowanie mało prawdopodobnych ale bardzo dużych zagrożeń (katastrof). Miary kwantylowe są intensywnie badane i rozwijane są odpowiednie metody obliczeniowe. Dotyczy to szczególnie miar ryzyka (zagrożenia) uogólniających i regularyzujących popularną miarę wartości zagrożonej VaR (miary typu Tail VaR, Conditional VaR).

Obserwuje się gwałtowny wzrost wykorzystania metod optymalizacji niegładkiej do rozwiązywania zagadnień wyboru w warunkach ryzyka. W grę wchodzi przedziałami liniowe funkcje ryzyka, czy też stosowanie normy L_1 . Prowadzi to do coraz powszechniejszego wykorzystywania technik programowania liniowego przy wspomaganiu decyzji w warunkach ryzyka. Stosowanie tego typu podejść wymaga znajomości podstawowych własności odpowiednich modeli.

Celem wykładu będzie przedstawienie modeli i metod podejmowania decyzji w warunkach ryzyka w sposób uwzględniający przedstawione powyżej uwarunkowania i kierunki rozwoju nowoczesnej metodologii. Główny nacisk będzie położony na techniki budowy zadań optymalizacyjnych stanowiących deterministyczne odpowiedniki oryginalnych problemów decyzyjnych. Oznacza to, że rdzeniem wykładu będzie przegląd i analiza miar ryzyka. W szczególności analizowana będzie ich zgodność z zasadami wyboru w warunkach ryzyka, jak również struktura (możliwości efektywnego rozwiązywania) wynikowych deterministycznych zadań optymalizacji.

Plan wykładu (15 godzin)

- **Pojęcie ryzyka i modele preferencji dla wyboru w warunkach ryzyka (3h):**
ryzyko nie osiągnięcia określonego (spodziewanego) wyniku; funkcja użyteczności i model użyteczności oczekiwanej; modele awersji do ryzyka; relacje dominacji stochastycznej pierwszego i drugiego rzędu.
- **Klasyczne miary ryzyka (3h):**
deterministyczny odpowiednik zadania wyboru w warunkach ryzyka; analiza wartości oczekiwanej i wariancji (model Markowitza); stopa wymiany zysku na ryzyko; ryzyko niedoboru: dolne momenty częściowe, semiwariancja i semiodchylenia od wartości oczekiwanej.
- **Poprawność stosowania miar ryzyka (3h):**
miary ryzyka a miary bezpieczeństwa; koherentne miary ryzyka; zgodność z relacją dominacji stochastycznej; warunki poprawności dla typowych miar ryzyka.
- **Kwantylowe miary ryzyka (3h):**
wartość zagrożona i pokrewne miary kwantylowe; krzywe Lorenza i dualna forma dominacji stochastycznej drugiego rzędu; miary kwantylowe drugiego rzędu (warunkowa wartość zagrożona).
- **Modele optymalizacyjne dla wyboru w warunkach ryzyka (3h):**
wypukłość modeli optymalizacji przy awersji do ryzyka; zagadnienia optymalizacji kwadratowej; możliwości formułowania modeli programowania liniowego; modele optymalizacji wielokryterialnej.

Literatura:

1. A.Müller, D.Stoyan: Comparison Methods for Stochastic Models and Risks. Wiley 2002.
2. J.R.Birge, F.Louveaux: Introduction to Stochastic Programming. Springer 1997.
3. W.Ogryczak: Multiple Criteria Optimization and Decisions under Risk. Control and Cybernetics, 31 (2002), 975–1003.